

ФЕДЕРАЛЬНОЕ АГЕНСТВО ПО ОБРАЗОВАНИЮ  
ГОСУДАРСТВЕННОЕ ОБРАЗОВАТЕЛЬНОЕ УЧЕРЕЖДЕНИЕ ВЫСШЕГО ПРОФЕССИО-  
НАЛЬНОГО ОБРАЗОВАНИЯ  
«ОМСКИЙ ГОСУДАРСТВЕННЫЙ ТЕХНИЧЕСКИЙ УНИВЕРСИТЕТ»

# **СБОРНИК ЗАДАЧ ПО НАЧЕРТАТЕЛЬНОЙ ГЕОМЕТРИИ**

ДЛЯ СТУДЕНТОВ НЕМЕХАНИЧЕСКИХ СПЕЦИАЛЬНОСТЕЙ

ОМСК – 2007

Составители: Притыкин Ф. Н., Угрюмова М. А., Хирвонен Е. В.

Рецензент: В.В.Иванов, канд. техн. наук, доцент кафедры «Детали машин и инженерная графика», ОмГАУ

Сборник задач составлен в соответствии с государственным образовательным стандартом профессионального высшего образования дисциплины «Начертательная геометрия и инженерная графика» для студентов немеханических специальностей.

## ОБЩИЕ УКАЗАНИЯ

Изучение дисциплины начертательной геометрии и инженерной графики включает самостоятельное решение задач, выполнение контрольных и графических работ. После выполнения соответствующего объёма работ студент допускается преподавателем к сдаче экзамена.

Решения задач оформляются карандашом с помощью чертёжных инструментов в тетради в клеточку. Каждая задача пронумеровывается и оформляется с записью условия задачи.

Графические работы следует выполнять в соответствии со стандартами, устанавливающими правила оформления чертежей. При выполнении чертежей могут быть использованы цветные карандаши.

При решении задач необходимо соблюдать следующую последовательность:

- 1) представить в пространстве, как расположены геометрические объекты, указанные в исходных данных;
- 2) составить план решения задачи;
- 3) выполнить графические построения на чертеже;
- 4) определить количество решений заданной задачи.

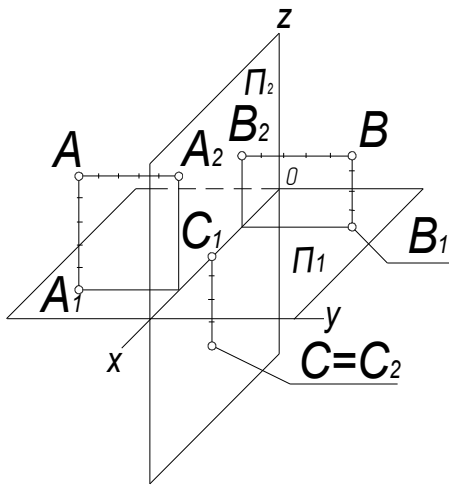
При переносе исходных данных задач в тетрадь, следует размеры, заданные в сборнике увеличивать в 2 или 4 раза. Все точки и линии должны быть обозначены буквами или цифрами (шрифтом № 5). Вспомогательные построения сохраняются.

### Принятые обозначения

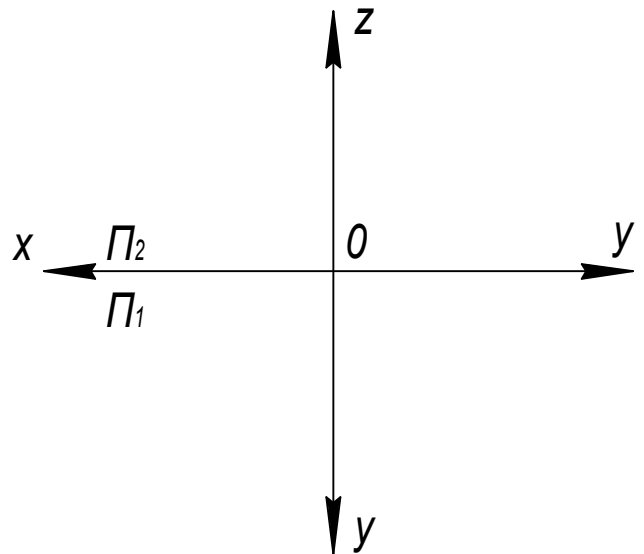
1. Точки в пространстве – прописными буквами латинского алфавита –  $A, B, C, \dots$  или цифрами  $1, 2, 3, \dots$
2. Линии – строчными буквами латинского алфавита –  $a, b, c, \dots$
3. Плоскости – строчными буквами греческого алфавита –  $\alpha, \beta, \gamma, \delta, \varepsilon, \dots$ ; плоскости проекций –  $\Pi_1, \Pi_2, \Pi_3, \dots$
4. Проекции точек, линий и плоскостей обозначают теми же буквами, только с индексами: например, проекции на плоскости  $\Pi_1$  –  $A_1, B_1, a_1, b_1, \alpha_1$ , на плоскости  $\Pi_2$  –  $A_2, B_2, a_2, b_2, \alpha_2$ . Используются
  - $=$  – совпадение, равенство, результат действия;
  - $\cdot$  – скрещивание прямых;
  - $\parallel$  – параллельность;  $\perp$  – перпендикулярность;
  - $\in$  – принадлежность элемента множеству;
  - $\subset$  – принадлежность подмножества множеству;
  - $\cup$  – объединение, например  $A \cup a = \alpha$  – точка  $A$  и прямая  $a$  задают плоскость  $\alpha$ ;
  - $\cap$  – пересечение, например  $\alpha \cap a = A$  – пересечение плоскости  $\alpha$  с прямой  $a$  определяет точку  $A$ .

## Тема 1 КОМПЛЕКСНЫЕ ЧЕРТЕЖИ ТОЧЕК И ПРЯМЫХ

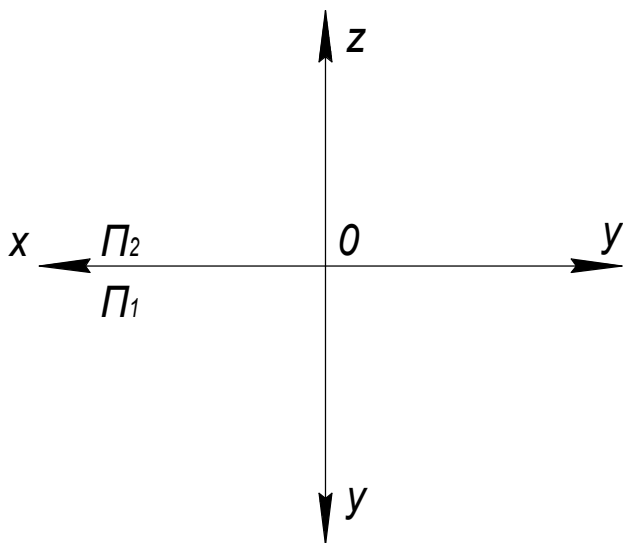
1. Построить на наглядном изображении проекции точек  $A, B, C$  на к. ч. по заданным координатам. Определить, в каких четвертях пространства они расположены.  
 $A(60, -25, -25)$   $B(15, 25, 20)$   $C(40, 0, 20)$   
 (комплексный чертёж данных точек не выполнять).



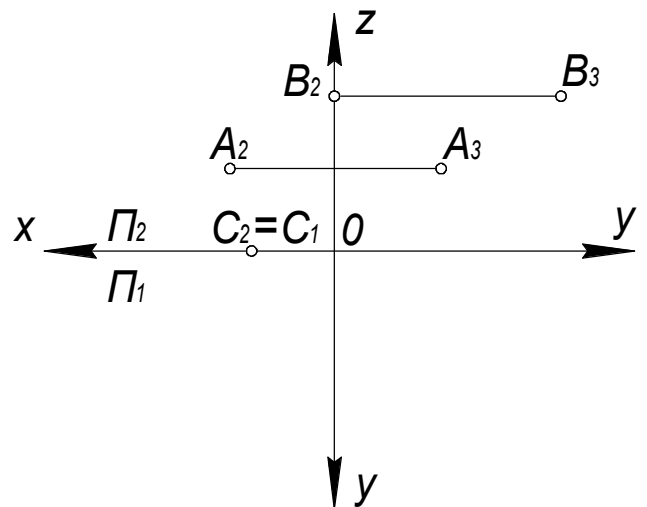
2. Построить проекции точек по заданным координатам  $A(20, 10, 15)$ ;  $B(20, 0, 15)$ ;  $C(0, 10, 15)$ . Указать, как располагаются относительно плоскостей проекций эти точки.



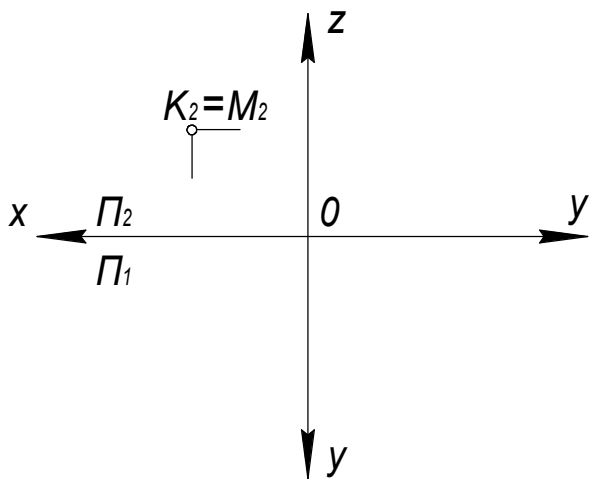
3. Построить проекции точки  $A$ , отстоящей от плоскости  $\Pi_1$  на расстоянии 20 мм, от  $\Pi_2$  на расстоянии 15 мм и принадлежащей плоскости  $\Pi_3$ . Записать координаты точки.



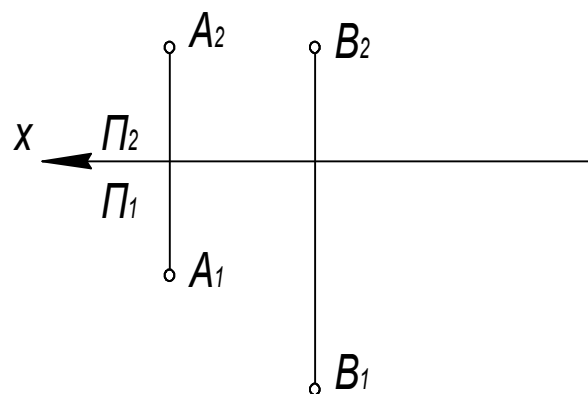
4. По двум заданным проекциям точек  $A, B, C$  построить третьи проекции. Записать, как расположены точки  $B$  и  $C$  относительно плоскостей проекций? Какая из точек наиболее удалена от  $\Pi_2$ ?



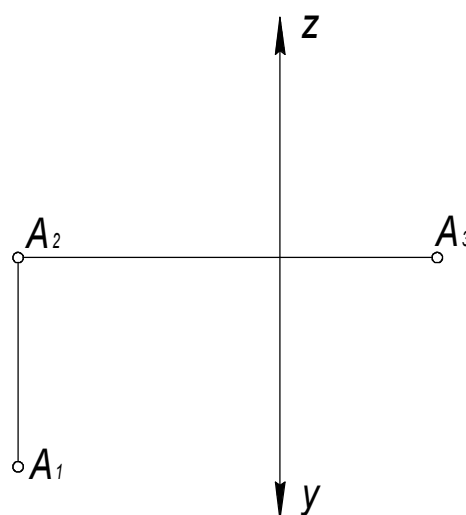
5. Построить горизонтальную и профильную проекции точки  $K$ , отстоящей от плоскости проекций  $\Pi_2$  на расстоянии 25 мм и точки  $M$ , лежащей в плоскости  $\Pi_2$ .



6. Ввести дополнительную плоскость проекций так, чтобы относительно неё точки  $A$  и  $B$  стали конкурирующими.



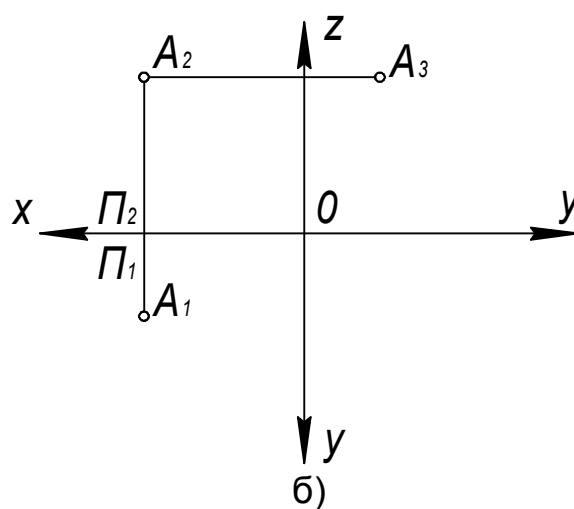
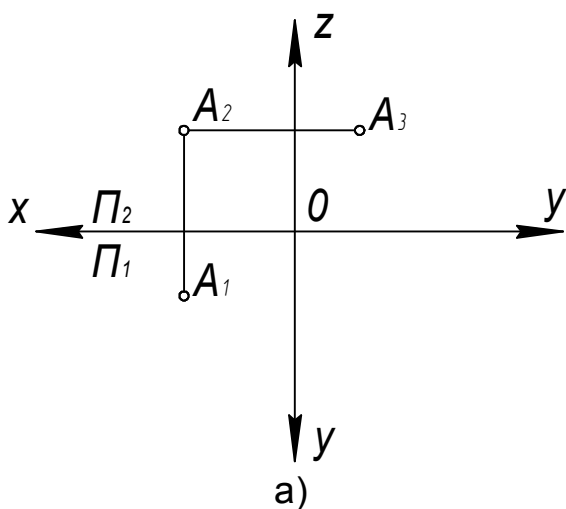
7. Определить положение оси  $x$ .



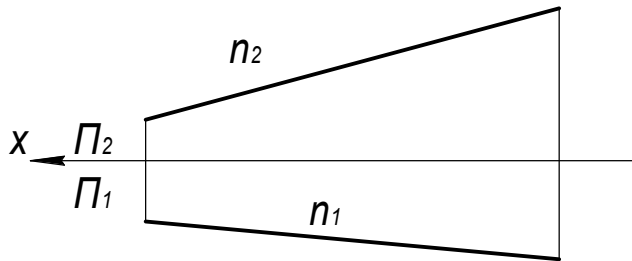
8. Построить три проекции отрезков частного положения:

а)  $AC \parallel \Pi_2$ ,  $\alpha(AC, \Pi_1) = 45^\circ$ ;  $AC = 15\text{ мм}$ ;

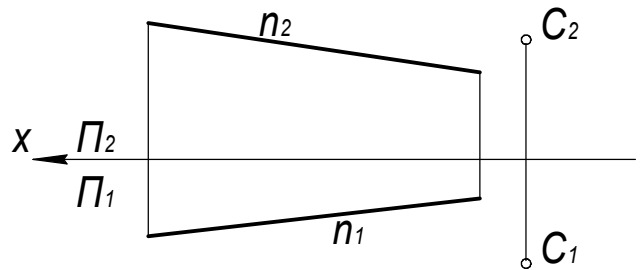
б)  $AL \parallel \Pi_3$ ,  $KL = 15\text{ мм}$ ,  $\beta(AL, \Pi_2) = 45^\circ$ .



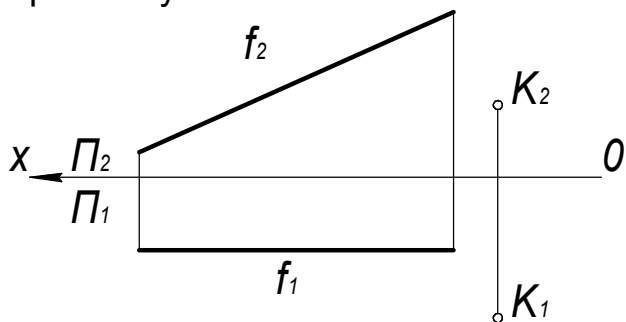
9. Построить на прямой  $n$  точку  $A$  с координатой  $z=10$  мм и точку  $B$ , конкурирующую с точкой  $A$  и находящуюся выше точки  $A$  на 5 мм.



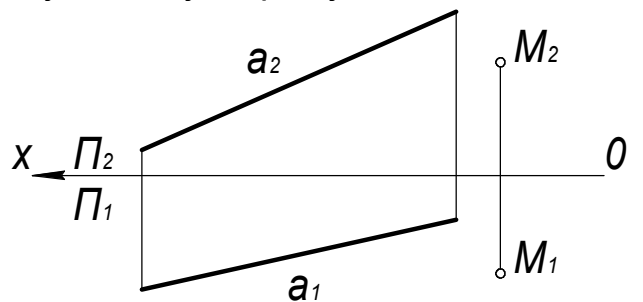
10. Через точку  $C$  провести прямую  $m$ , параллельную прямой  $n$ .



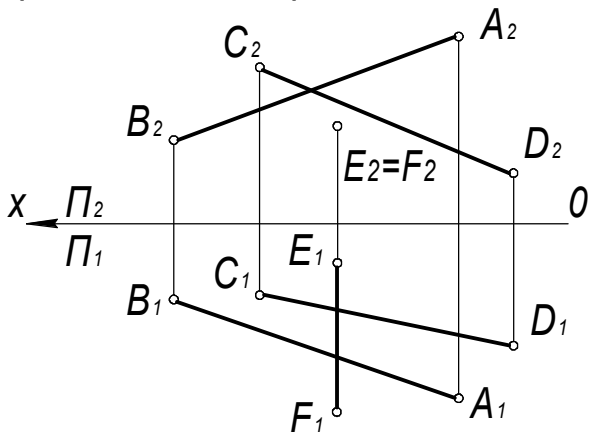
11. Через точку  $K$  провести прямую  $m$ , пересекающую прямую  $f$  под прямым углом.



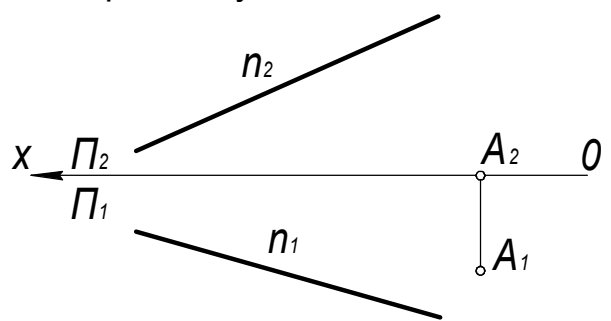
12. Через точку  $M$  провести прямую  $m$ , параллельную прямой  $a$  и горизонтальную прямую  $h$ , пересекающую данную прямую  $a$ .



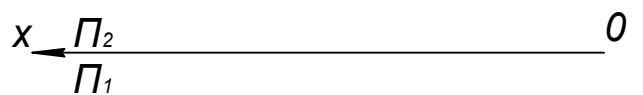
13. Пересечь прямые  $AB$ ,  $CD$  и  $EF$  горизонтальной прямой.



14. Через точку  $A$  провести прямую  $n$ , пересекающую данную прямую под прямым углом.

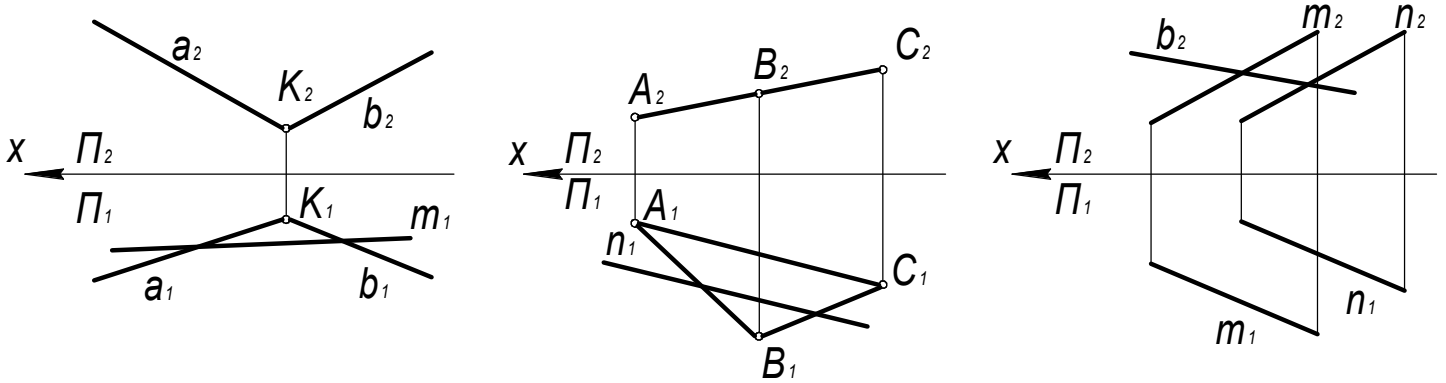


15. Построить проекции отрезка  $AB$  по заданным координатам точек  $A(50, 10, 10)$ ;  $B(10, 25, 30)$ . Разделить отрезок  $AB$  точкой  $C$  в отношении  $AC : CB = 2 : 3$ .

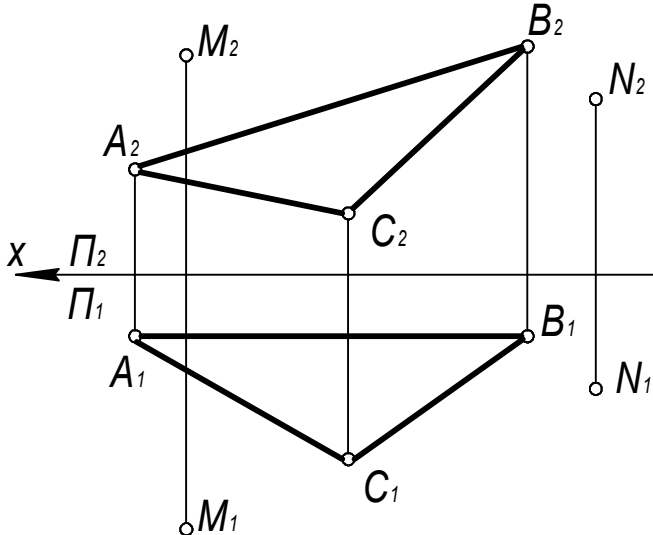


## Тема 2 ВЗАИМНОЕ ПОЛОЖЕНИЕ ПРЯМЫХ И ПЛОСКОСТЕЙ

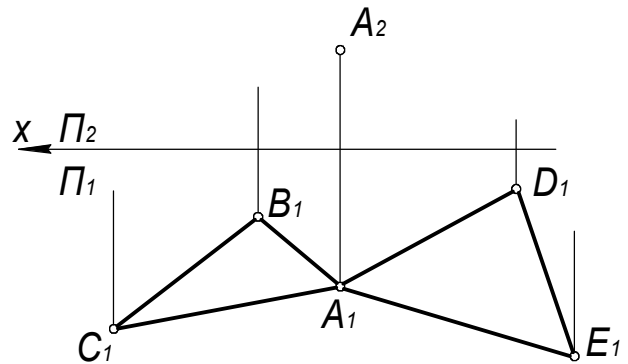
16. Построить недостающие проекции прямых, принадлежащих плоскостям.



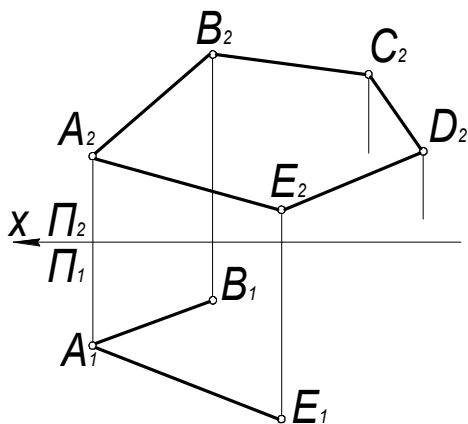
17. Определить принадлежность точек  $M$  и  $N$  плоскости  $\Sigma$  ( $\triangle ABC$ )



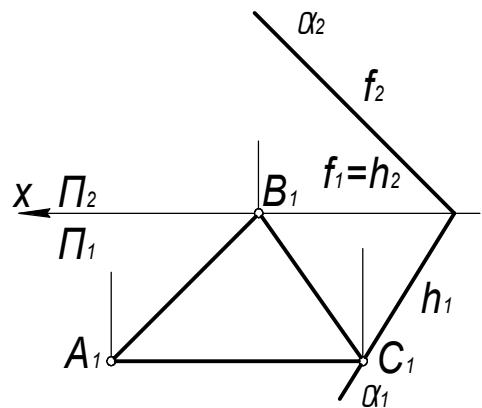
18. Построить фронтальные проекции треугольников, если  $\triangle ABC // \Pi_1$ ,  $\triangle ADE \perp \Pi_2$  и угол наклона плоскости  $\triangle ADE$  к плоскости проекций  $\Pi_1$  равен  $45^\circ$ .



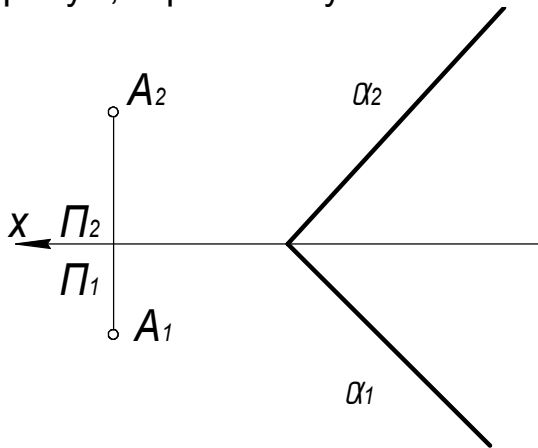
19. Додостроить горизонтальную проекцию плоского пятиугольника  $ABCDE$



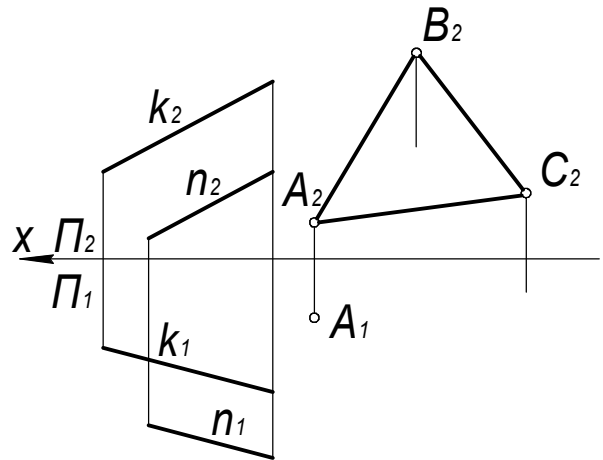
20. Построить фронтальную проекцию треугольника  $ABC$ , расположенного в плоскости  $\alpha$ .



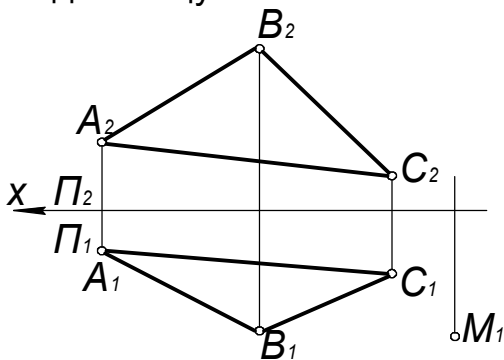
21. Через точку  $A$  провести любую прямую, параллельную плоскости  $\alpha$ .



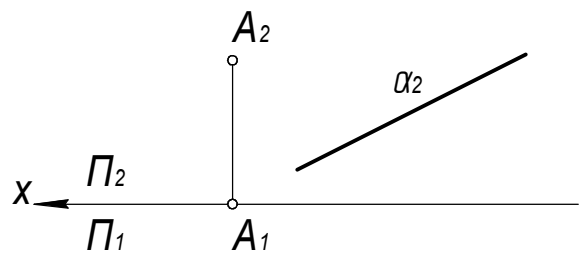
22. Построить горизонтальную проекцию треугольника  $ABC$ , если его плоскость параллельна плоскости  $\beta$  ( $k//n$ ).



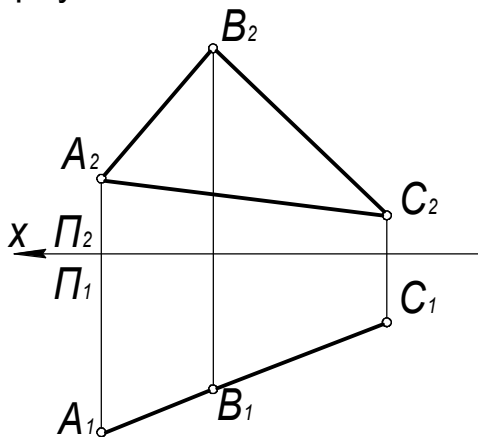
23. Определить угол наклона плоскости  $\Sigma(\triangle ABC)$  к горизонтальной плоскости проекций  $\Pi_1$ . Построить фронтальную проекцию точки  $M$ , принадлежащую плоскости  $\Sigma$ .



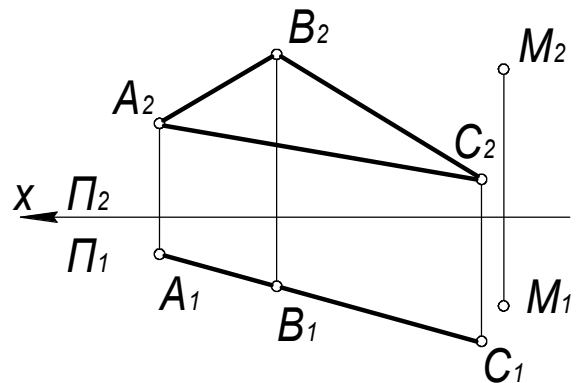
24. Через точку  $A$  провести прямую, перпендикулярную плоскости  $\alpha$  ( $\alpha_2$ ).



25. В плоскости  $\Gamma(\triangle ABC)$  построить точку  $K$ , равноудаленную от вершин треугольника  $ABC$ .

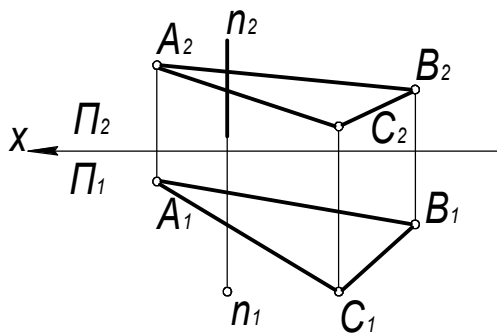


26. Через точку  $M$  построить плоскость  $\Delta$  ( $n \cap m$ ), параллельную заданной  $\Sigma(\triangle ABC)$ .

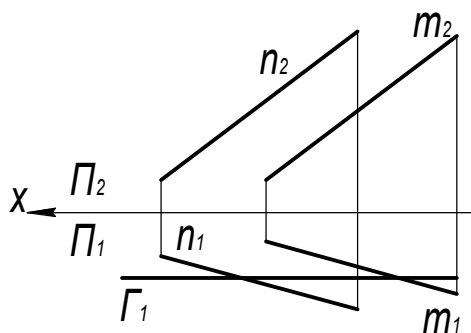




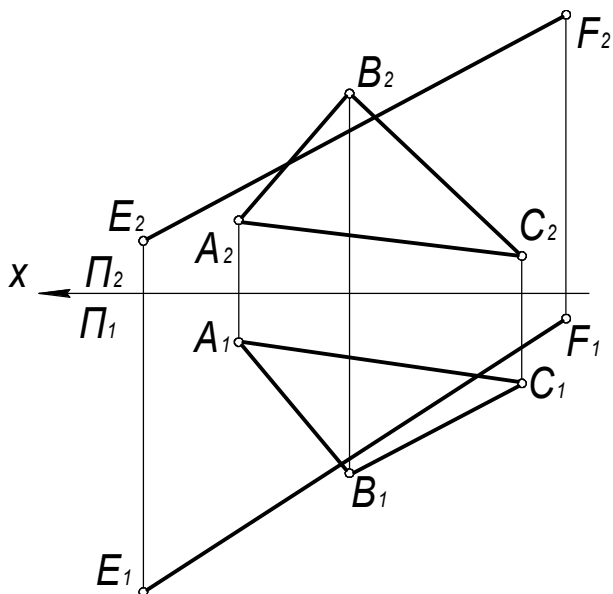
27. Построить точку пересечения прямой  $n$  с плоскостью  $\Gamma$  ( $\Delta ABC$ ). Указать видимость прямой.



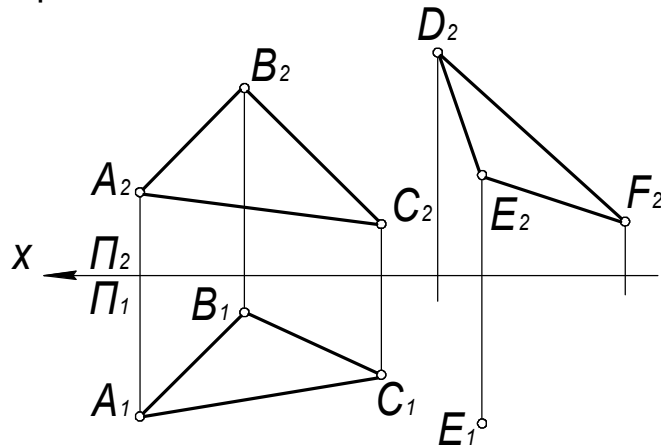
29. Построить линию пересечения плоскости  $Q(n//m)$  с фронтальной плоскостью уровня  $\Gamma$  ( $\Gamma_1$ ).



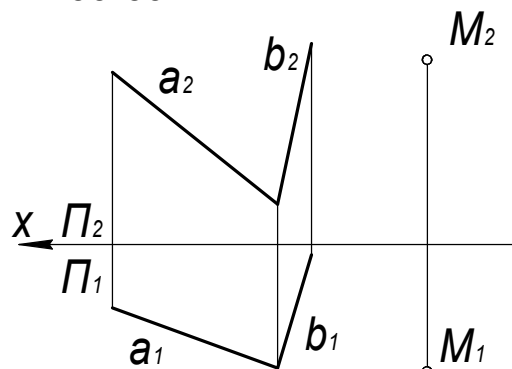
31. Построить точку пересечения прямой  $EF$  с плоскостью  $ABC$ .



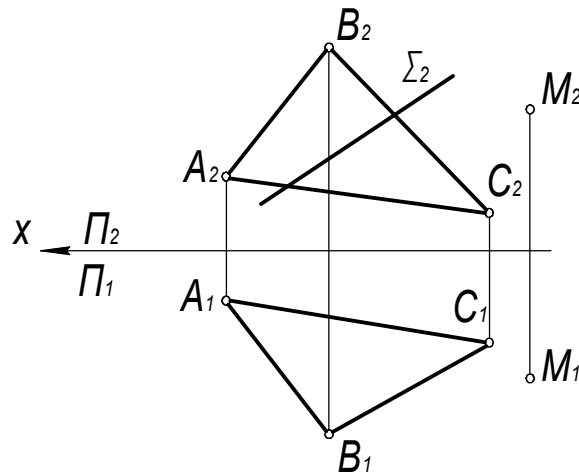
28. Построить горизонтальную проекцию плоскости  $\Gamma$  ( $\Delta DEF$ ), если известно, что данные плоскости параллельны.



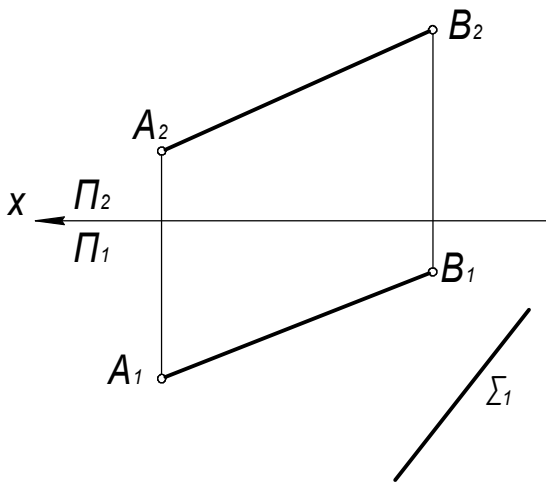
30. Задана плоскость  $\Delta$  ( $a \cap b$ ) и точка  $M$ . Через точку  $M$  построить горизонталь  $h$ , параллельную заданной плоскости.



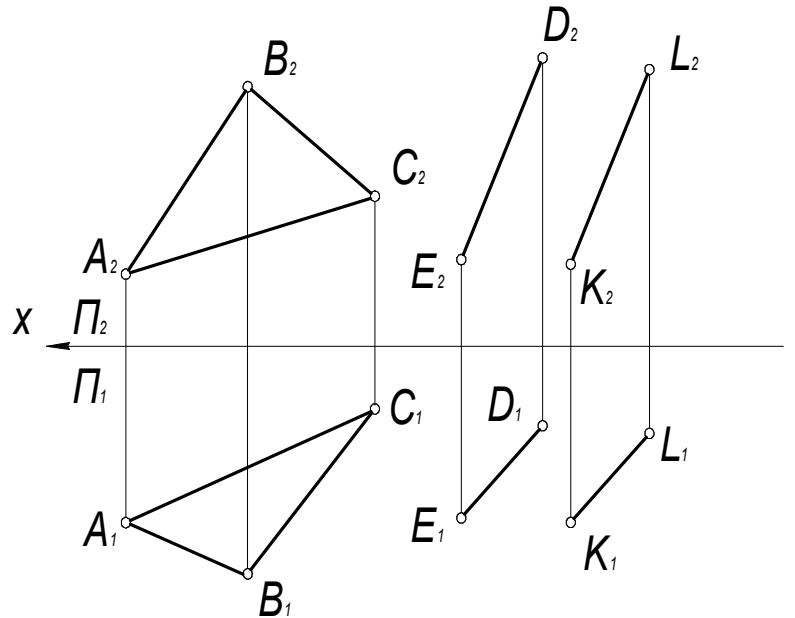
32. Задана плоскость  $\Gamma$  ( $\Delta ABC$ ), плоскость  $\Sigma$  ( $\Sigma_2$ ) и точка  $M$ . Через точку  $M$  построить прямую, параллельную линии пересечения данных плоскостей.



33. Заданы плоскость  $\Sigma$  ( $\Sigma_1$ ) и прямая  $AB$ . Провести через прямую  $AB$  плоскость  $\Delta$ , перпендикулярную заданной  $\Sigma$ .

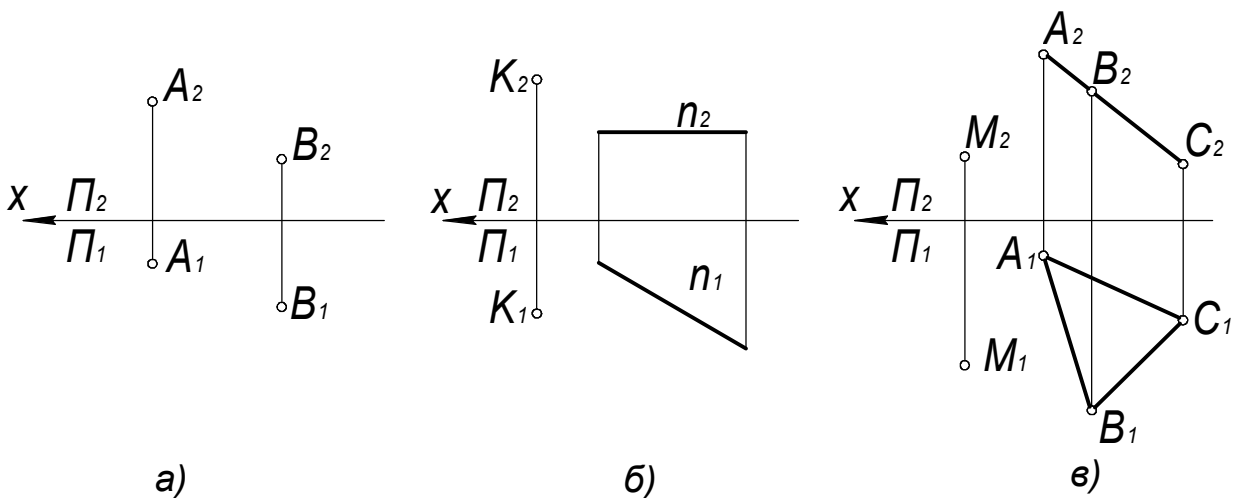


34. Заданы плоскость  $\Sigma$ , заданная  $\Delta ABC$  и плоскость  $P$ , заданная параллельными прямыми  $DE$  и  $LK$ . Построить линию пересечения плоскостей.



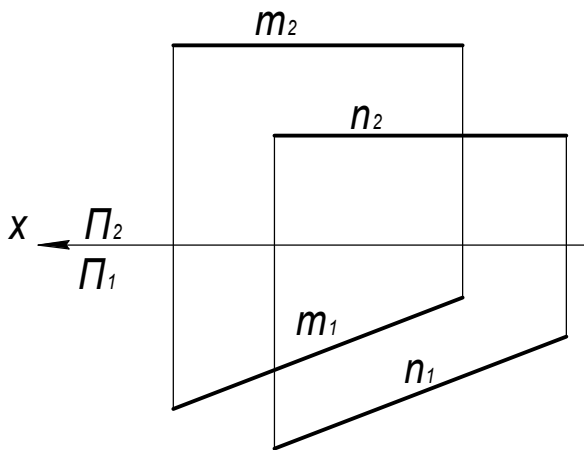
### Тема 3 ПОЗИЦИОННЫЕ И МЕТРИЧЕСКИЕ ЗАДАЧИ

35. Определить кратчайшие расстояния способом замены плоскостей  
а) между двумя точками; б) от точки до прямой; в) от точки до плоскости.

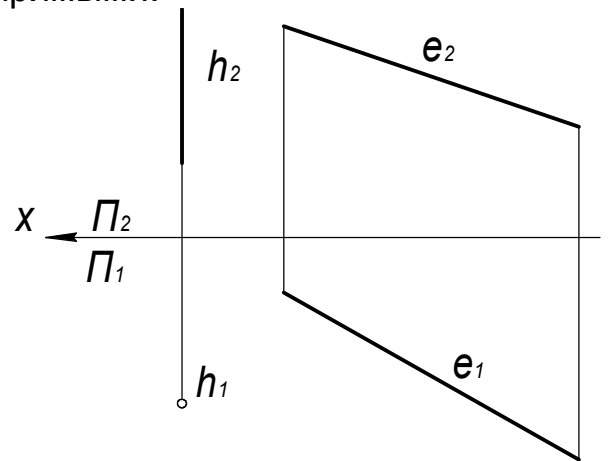


36. Определить кратчайшие расстояния:

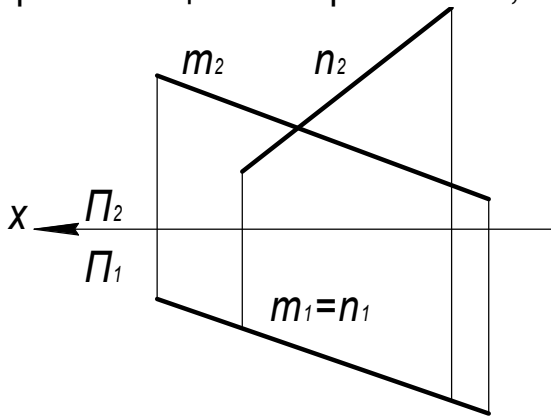
а) между двумя параллельными прямыми;



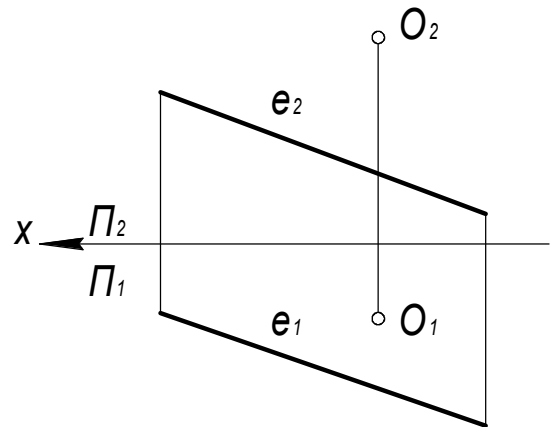
б) между двумя скрещивающимися прямыми.



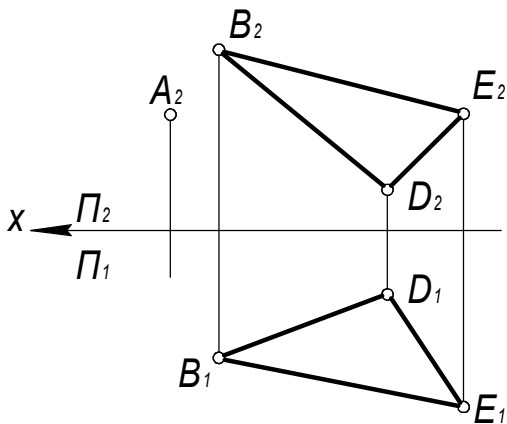
37. Определить угол между двумя пересекающимися прямыми  $m, n$ .



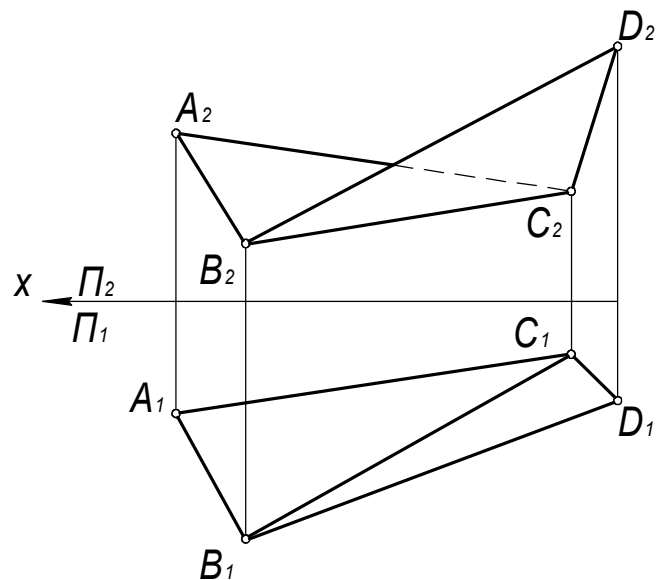
38. Определить расстояние от точки  $O$  до прямой  $e$ .



39. Построить горизонтальную проекцию точки  $A$ , если известно, что она находится на расстоянии 20 мм от плоскости  $\Sigma (\triangle ABC)$ .

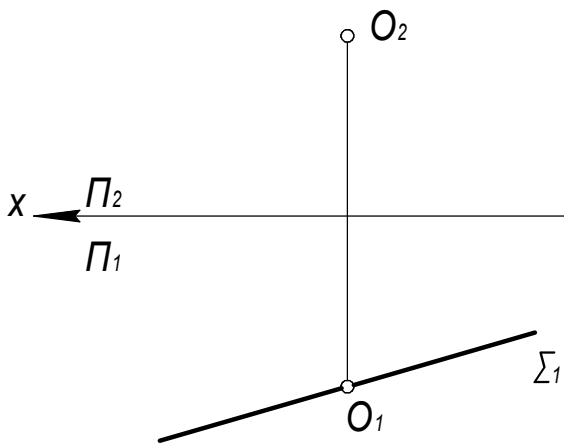


40. Определить угол между заданными плоскостями  $\Sigma (\triangle ABC)$ ,  $\Gamma (\triangle DBC)$ .

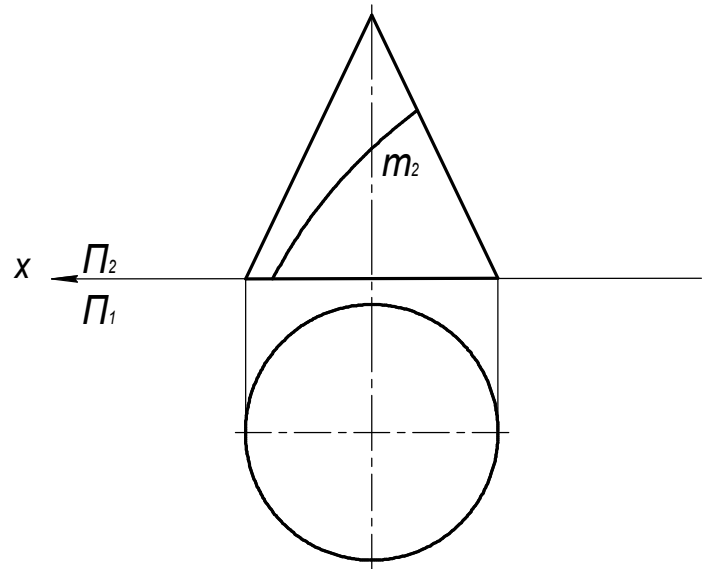


## Тема 4 КРИВЫЕ ЛИНИИ И ПОВЕРХНОСТИ

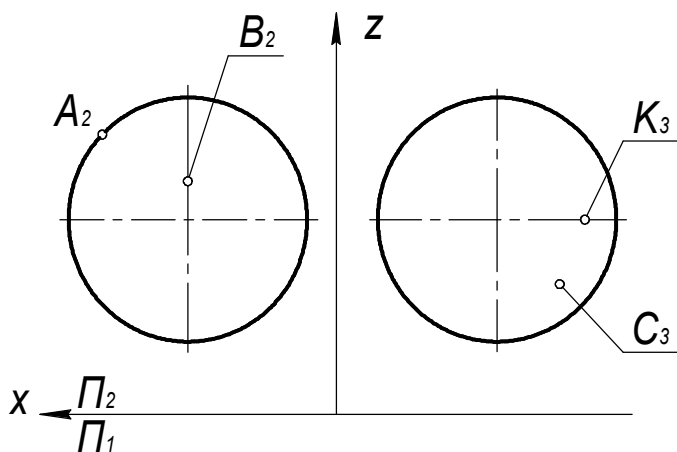
41. Построить фронтальную проекцию окружности, если окружность имеет диаметр 20 мм и принадлежит горизонтально проецирующей плоскости  $\Sigma$ . Центром окружности является точка  $O(O_2, O_1)$ .



42. Построить горизонтальную проекцию линии  $m$ , принадлежащей поверхности конуса вращения.

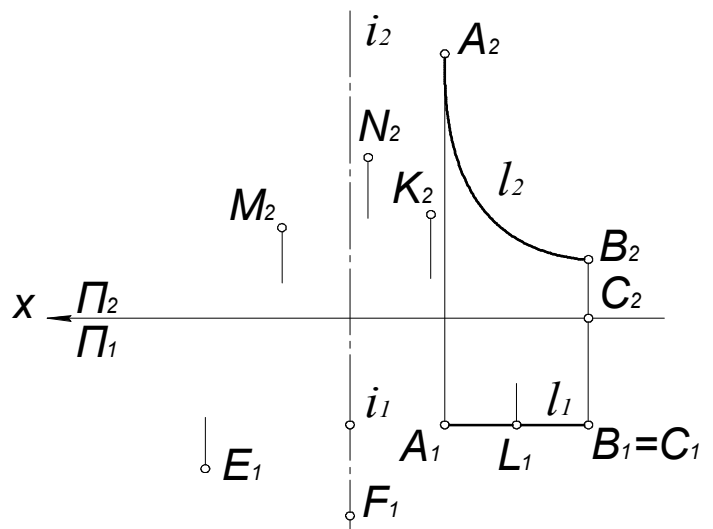


43. Построить недостающие проекции видимых точек  $A, B, C$  и  $K$  поверхности сферы.

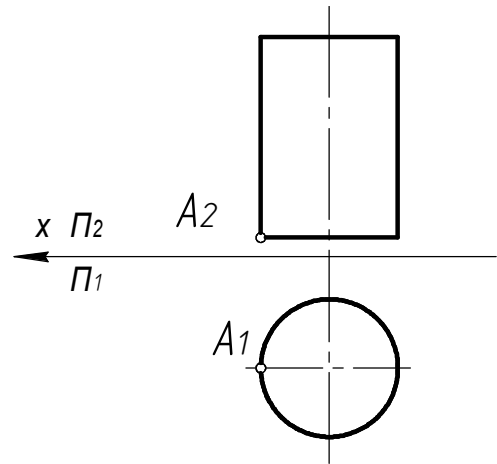


44. Задана ось вращения  $i$  и образующая  $l$  поверхности вращения. Построить:

- 1) очерк поверхности вращения;
- 2) недостающие проекции точек  $L, F, E, K, M, N$ , принадлежащих видимой части поверхности.

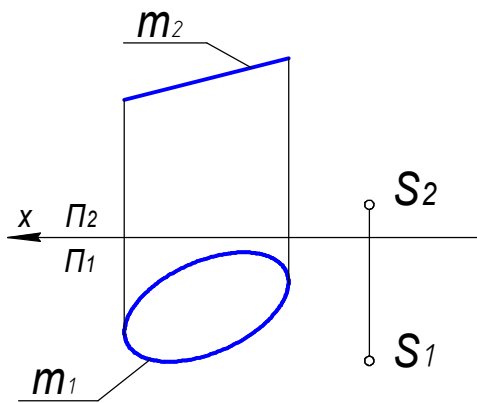


45. На цилиндрической поверхности построить правую винтовую линию с шагом 80 мм, проходящую через точку A. Определить видимость.



46. По данному определителю поверхности построить очерки поверхностей.

1) конической поверхности ( $m, S$ )

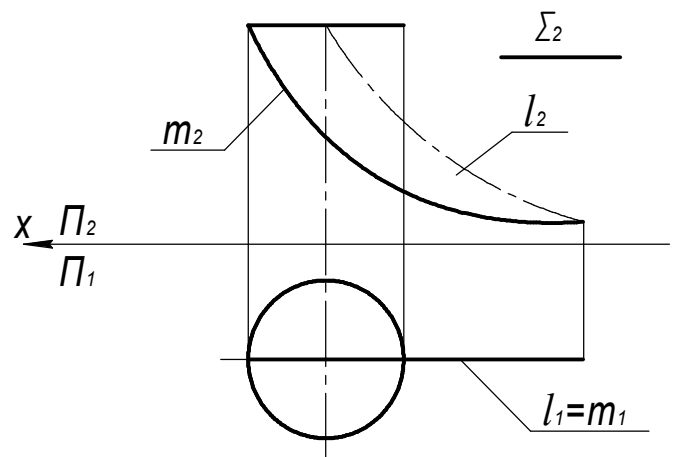


2) циклической поверхности ( $l, m, \Sigma$ )

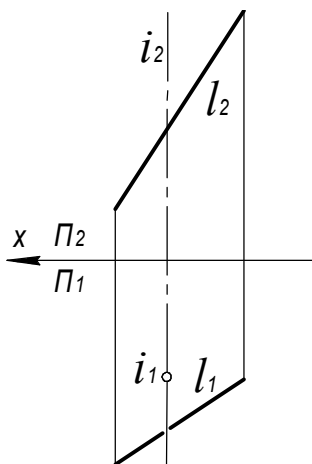
$l$  - линия центров,

$m$  - линия на поверхности,

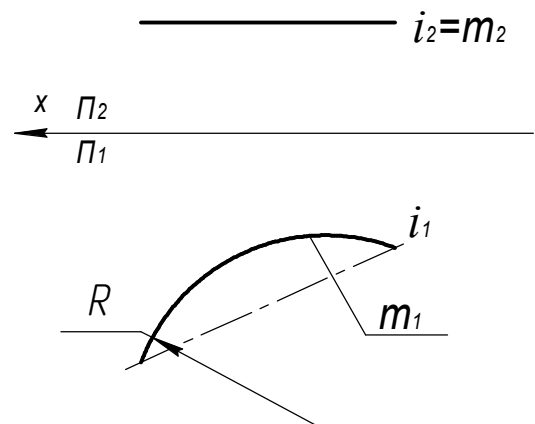
$\Sigma$  - плоскость параллелизма.



3) поверхности вращения ( $i, l$ )

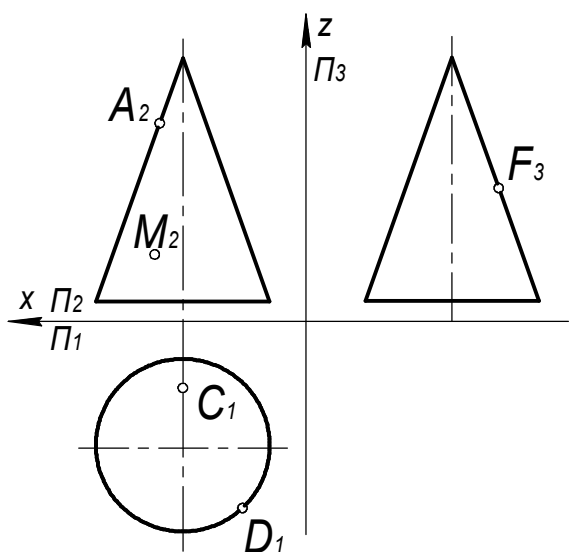


4) Поверхности вращения ( $i, m$ ).

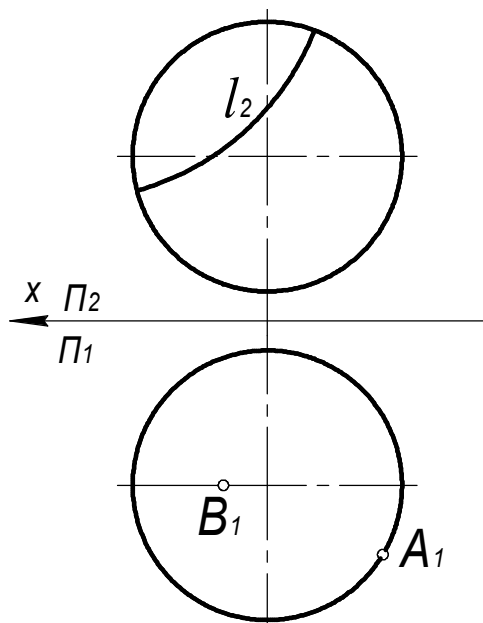


47. Построить недостающие проекции видимых точек и линий, принадлежащих поверхностям.

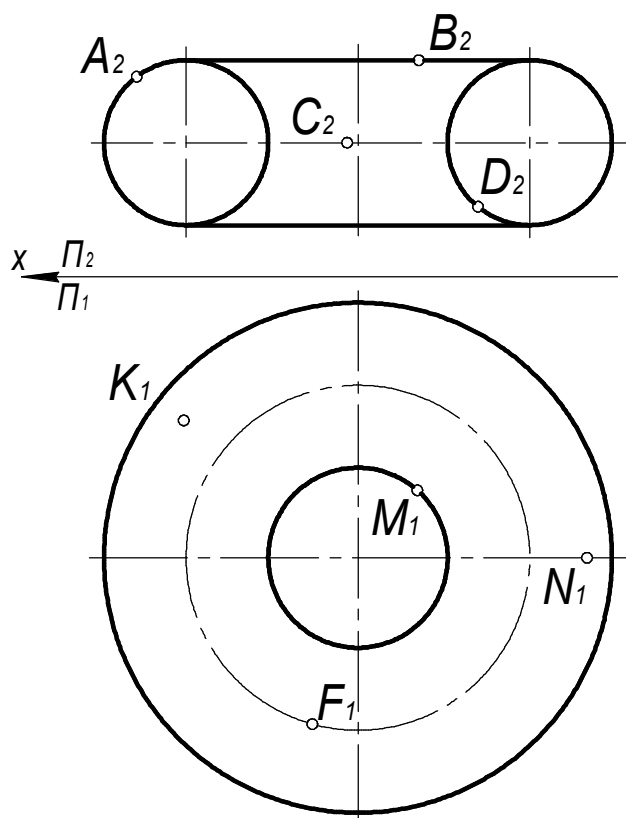
а)



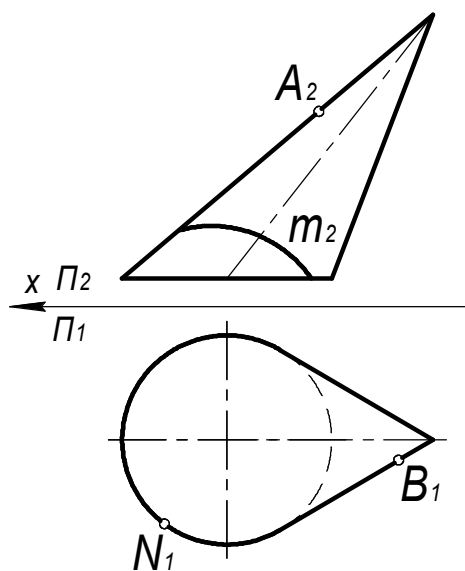
б)



в)



г)

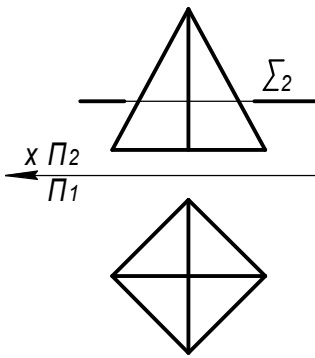


## Тема 5

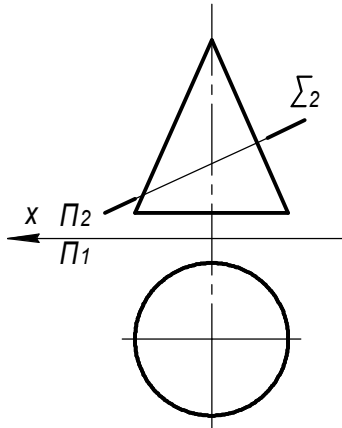
### ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТИ С ПЛОСКОСТЬЮ И ПРЯМОЙ

48. Построить проекции линий пересечения поверхностей с плоскостью.

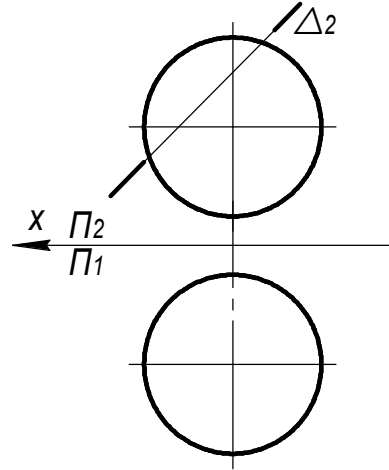
а)



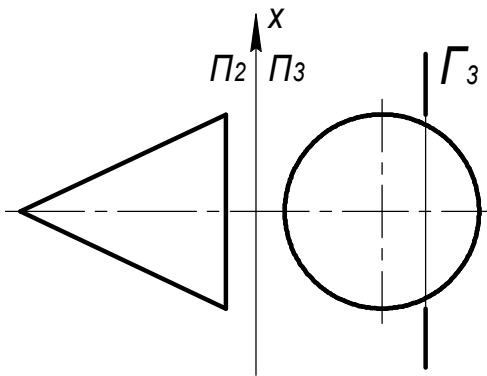
б)



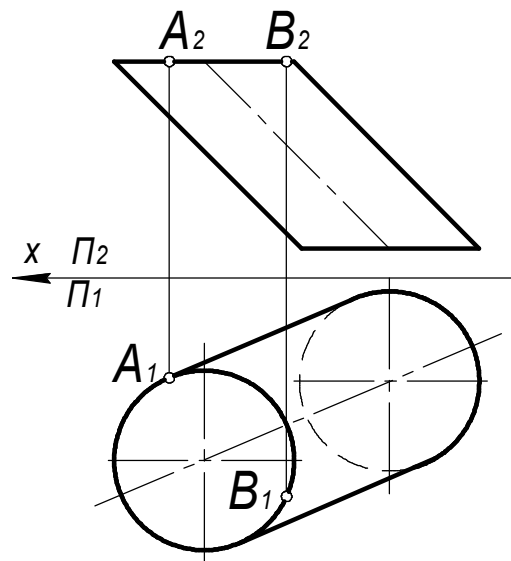
в)



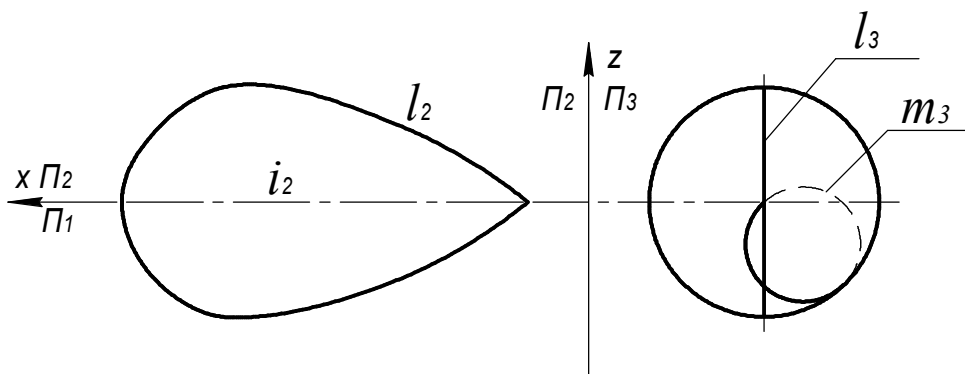
г)



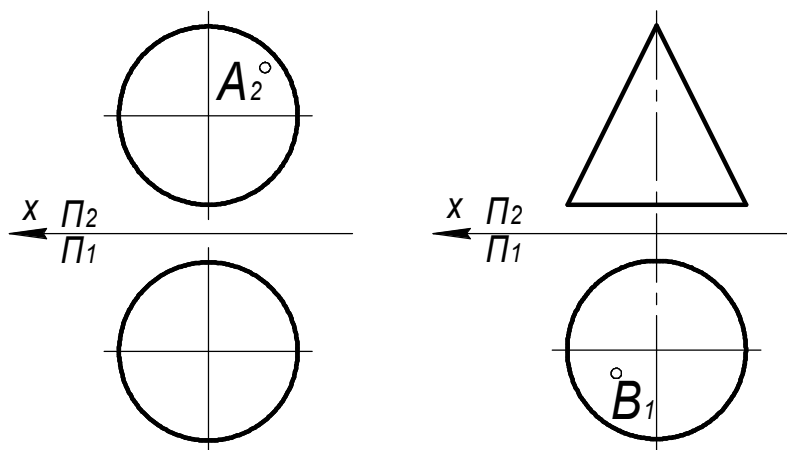
49. На поверхности эллиптического цилиндра построить множество точек, равноудалённых от точек  $A$  и  $B$ .



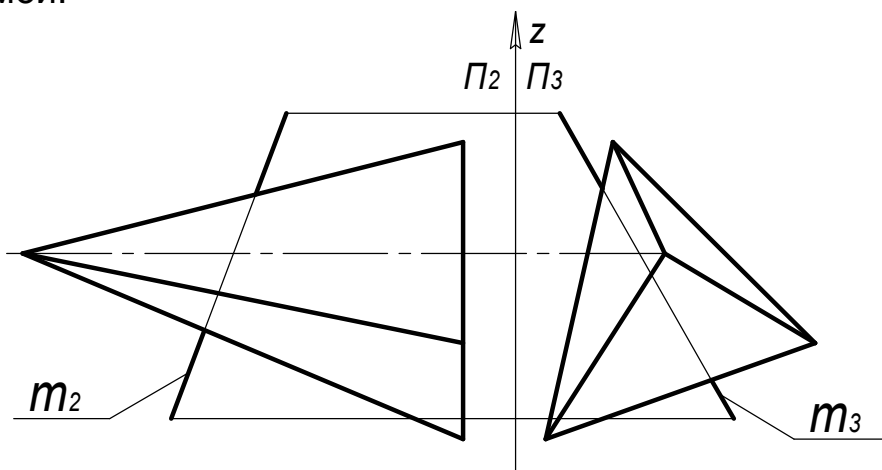
50. Построить фронтальную проекцию кривой  $m$ , принадлежащей поверхности вращения если известна её профильная проекция.



51. Построить фронтальную прямую уровня, проходящую через точку  $A$  и  $B$ , лежащие на поверхностях, наклонённую к горизонтальной плоскости проекций под углом  $30^\circ$ , найти вторую точку пересечения данной прямой с поверхностью.

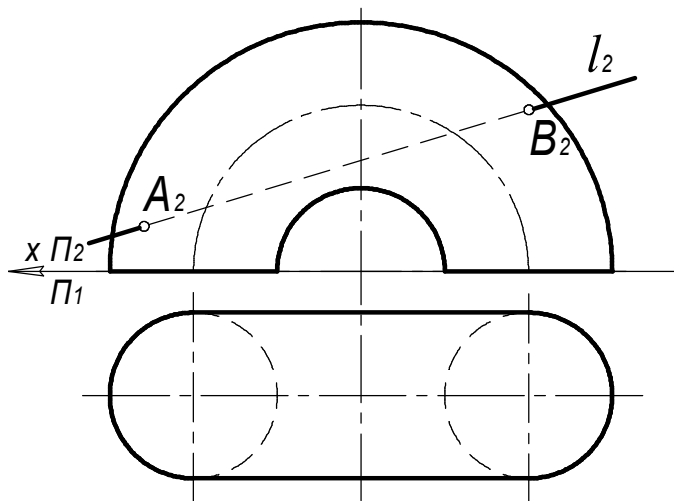


52. Построить точки пересечения прямой с поверхностью. Определить видимость прямой.

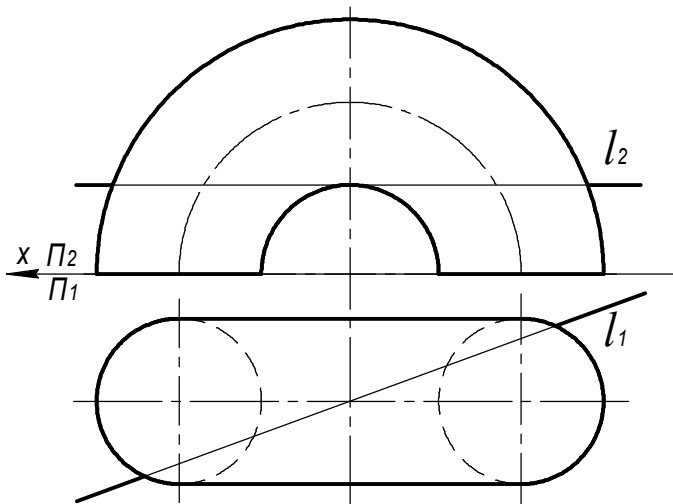




53. Построить горизонтальную проекцию прямой  $l$ , если известно, что прямая пересекает поверхность тора в точках  $A$  и  $B$ .

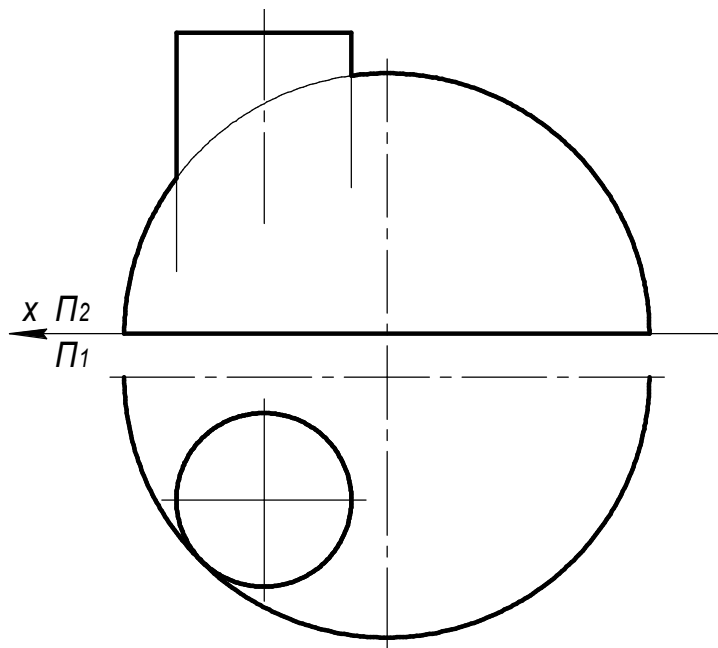


54. Построить точки пересечения прямой  $l$  с поверхностью тора. Определить видимость прямой.

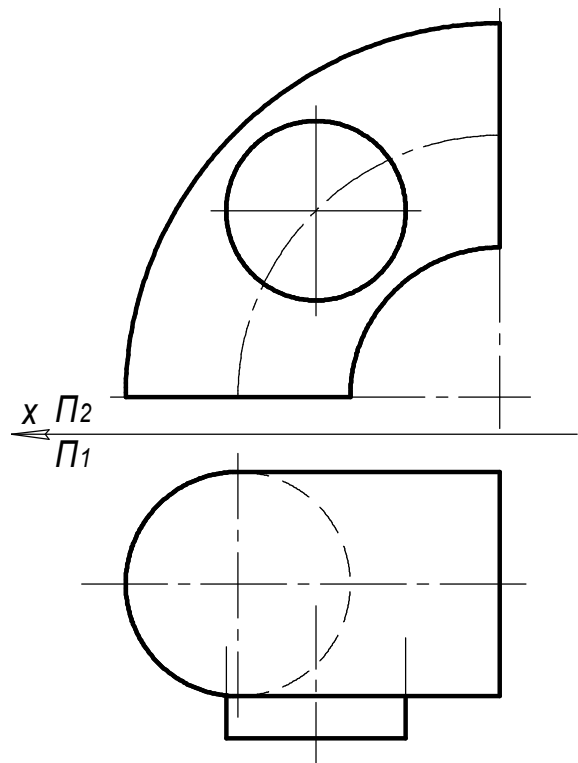


### Тема 6 ВЗАИМНОЕ ПЕРЕСЕЧЕНИЕ ПОВЕРХНОСТЕЙ

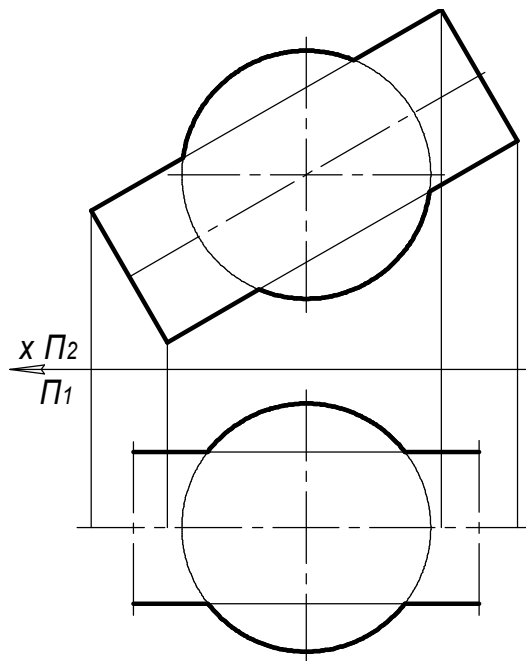
55. Построить проекции линии пересечения поверхностей. Обозначить опорные и 2÷3 промежуточные точки, принадлежащие линии пересечения.



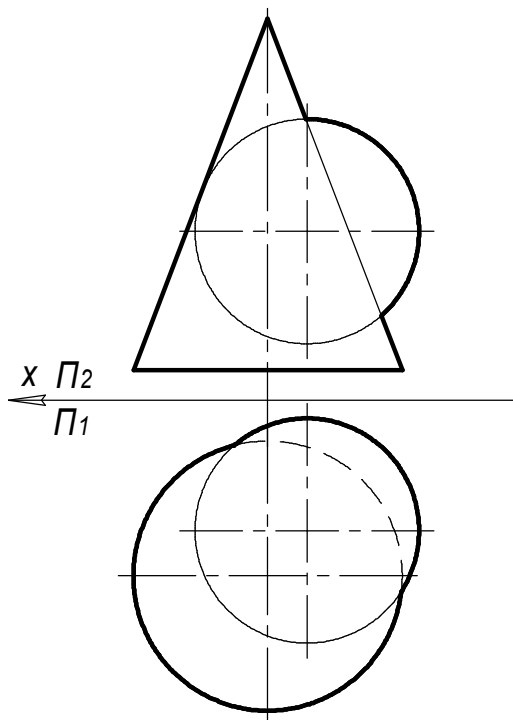
56. Построить проекцию линии пересечения тора с цилиндром вращения.



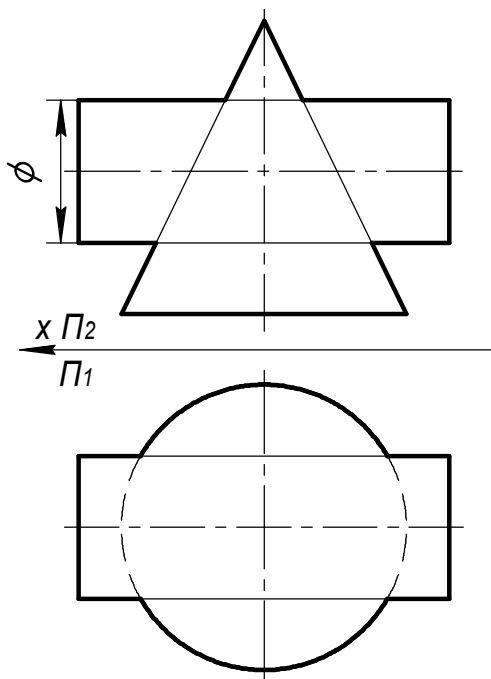
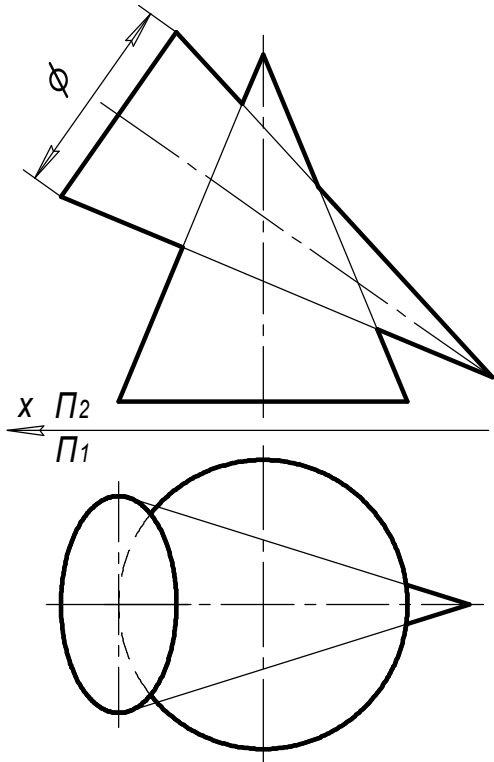
57. Построить проекции линий пересечения цилиндра вращения и сферы. Достроить горизонтальные проекции оснований поверхности цилиндра вращения.



58. Построить проекции линии пересечения двух поверхностей (опорные точки построить с использованием метода замены плоскости проекций).



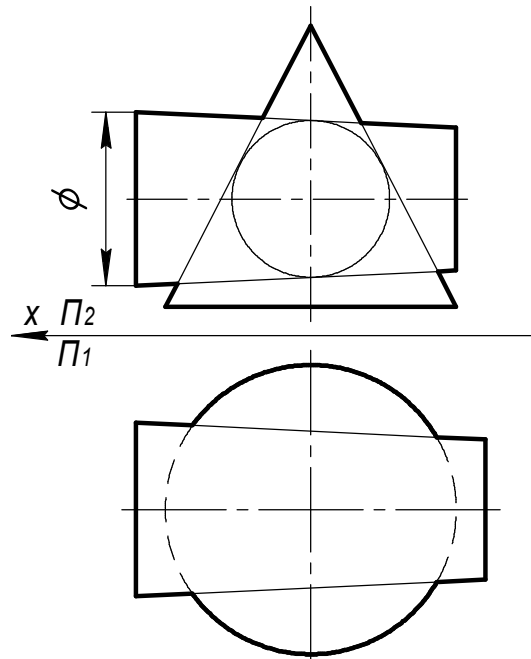
59. Построить проекции линии пересечения поверхностей. Обозначить опорные и 2÷3 промежуточные точки, принадлежащие линии пересечения.



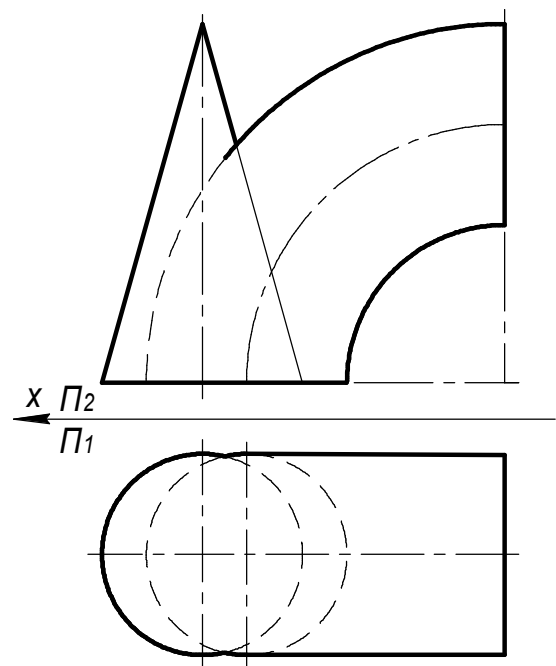
б)

60. Построить проекции линии пересечения:

- а) поверхности конуса вращения и усечённого конуса;
- б) поверхности цилиндра вращения и конуса вращения;
- в) поверхности конуса вращения и тора.



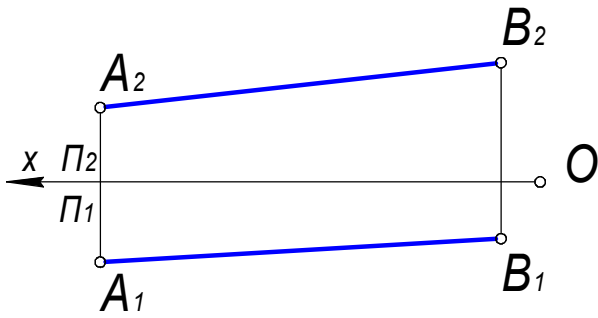
а)



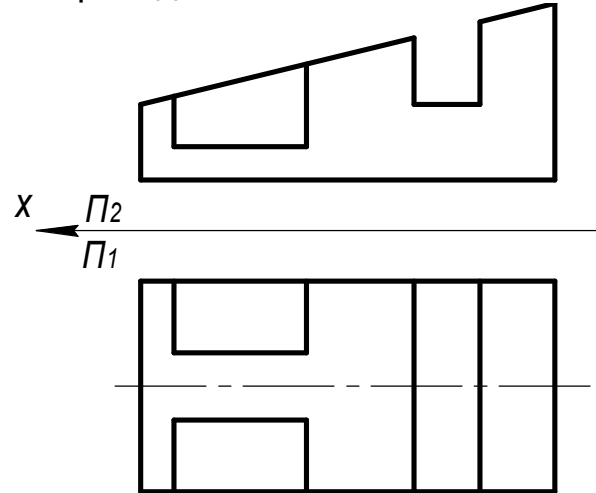
в)

**Тема 7**  
**АКСОНОМЕТРИЧЕСКИЕ ПРОЕКЦИИ И**  
**РАЗВЁРТКИ ПОВЕРХНОСТЕЙ**

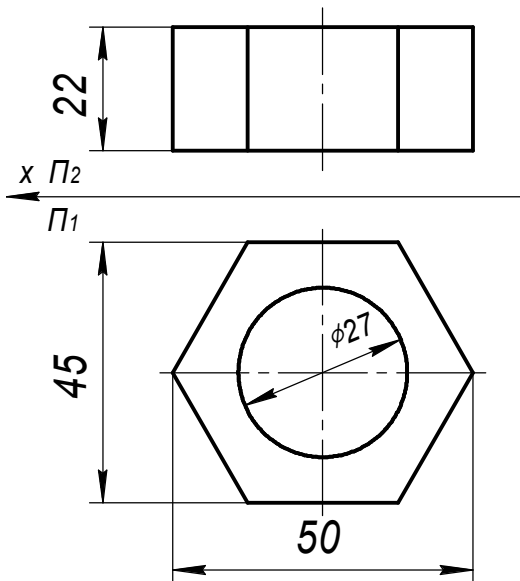
61. Построить в прямоугольной изометрии отрезок прямой  $AB$  по заданным ортогональным проекциям.



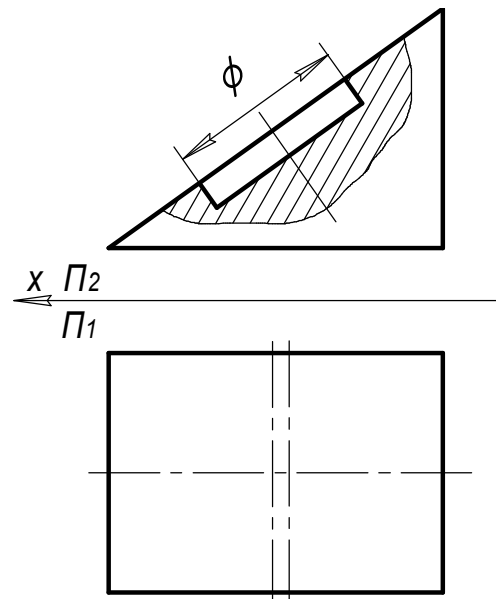
62. Построить прямоугольную диметрию детали.



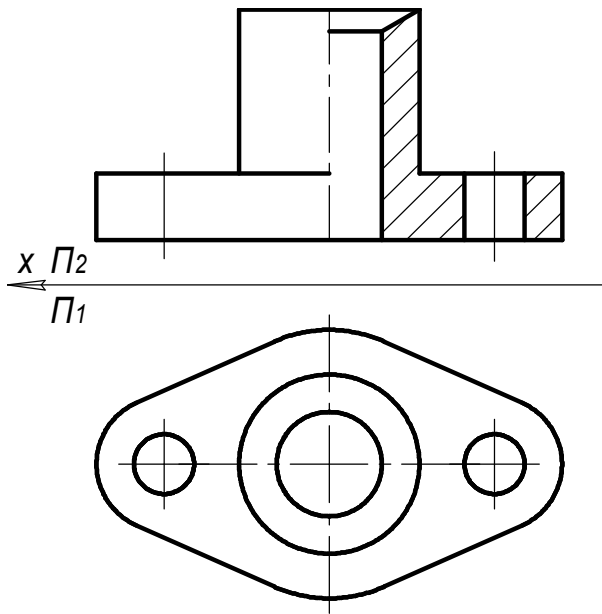
63. Построить прямоугольную изометрию детали.



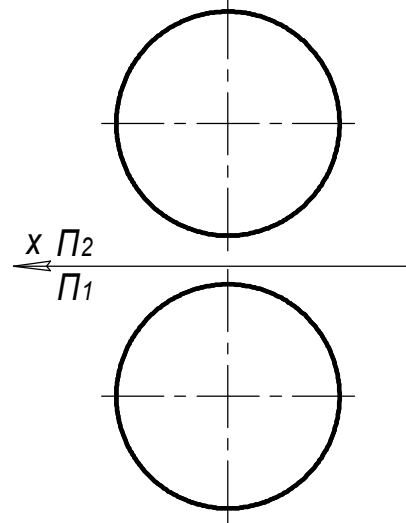
64. Построить прямоугольную изометрию детали.



65. Построить прямоугольную изометрию детали, выполнив разрез.

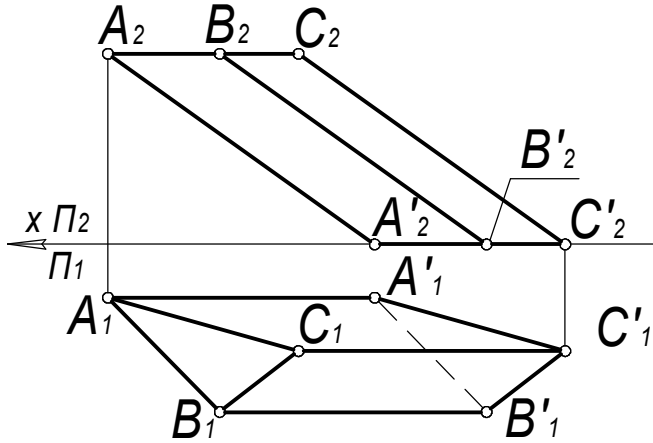


66. Построить приближённую развёртку поверхности сферы.



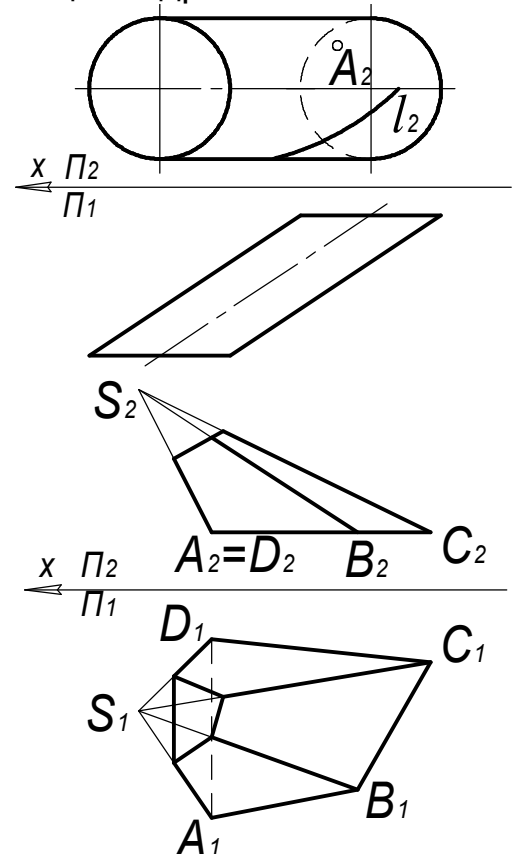
67. Построить развёртку методом нормального сечения:

а) призмы;

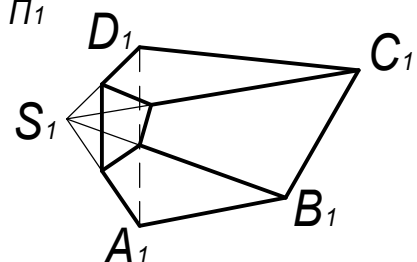


б) цилиндра;

Определить положение точки  $A$  и кривой  $l$  на развёртке эллиптического цилиндра.



69. Построить развёртку пирамиды.



## Дополнительные задачи для подготовки к контрольным работам

### Точка

1. Построить горизонтальные и фронтальные проекции следующих точек на двухкартинном комплексном чертеже:  $A(10, 20, 30)$ ,  $B(20, 0, 40)$ ,  $C(30, -40, 20)$ .
2. На двухкартинном комплексном чертеже построить проекции точки  $A$ , симметричной точке  $B(30, 40, 50)$  относительно горизонтальной плоскости проекций, и точки  $C$ , симметричной точке  $D(20, 10, 30)$  относительно оси  $X$ .
3. На трехкартинном комплексном чертеже построить проекции следующих точек:  $A(10, 20, 30)$ ,  $B(30, -40, 20)$ ,  $D(-50, 20, -30)$ .

### Прямая

4. Построить недостающие проекции точек  $M$  и  $C$ , если заданы на комплексном чертеже отрезок  $AB$  и фронтальные проекции точек  $M_2$ ,  $C_2$ , принадлежащие отрезку. Определить в каком отношении каждая точка делит отрезок.
5. Построить прямую  $CD$ , пересекающую  $AB$ , если на комплексном чертеже задана прямая  $AB$ , точка  $D$  и горизонтальная проекция точки  $C(C_1)$ .
6. Пересечь прямой  $MK$  две скрещивающиеся прямые  $AB$  и  $CD$ , отстоящей от горизонтальной плоскости проекций на расстоянии 30 мм.
7. Через точку  $K$  провести прямую, пересекающую две скрещивающиеся прямые  $a$  и  $b$ , если известно, что прямая  $a$  - общего положения, прямая  $b$  - горизонтально - проецирующая.

### Плоскость

8. Через точку  $A$  плоскости  $\Sigma(\triangle ABC)$  провести горизонталь, фронталь и линию ската.
9. По известной фронтальной проекции прямой  $m$ , принадлежащей плоскости  $(a//b)$ , построить её горизонтальную проекцию.
10. Определить недостающие проекции точек  $E$  и  $K$ , принадлежащих плоскости  $\Gamma(a//b)$ .
11. Определить точку пересечения горизонтально-проецирующей прямой  $m$  с плоскостью общего положения  $\Sigma(\triangle ABC)$ .

12. Построить прямую, проходящую через точку  $M$  и параллельную двум заданным плоскостям  $\Gamma(\triangle ABC)$  и  $\Sigma(\triangle EKL)$ .

13. Построить плоскость, проходящую через точку  $M$  и перпендикулярную двум плоскостям  $\Gamma(\triangle ABC)$  и  $\Sigma(a//b)$ .

14. Через точку  $K$  провести прямую  $m$ , параллельную двум плоскостям  $\Gamma(\triangle ABC)$  и  $\Sigma(\triangle DEL)$ .

### Метрические задачи

15. Заданы фронтальная и горизонтальная проекция точки  $A$ . Построить горизонтальную проекцию фронтали  $AB$ , если известна его натуральная величина, 40 мм и угол наклона  $\alpha = 30^\circ$  к горизонтальной плоскости проекций.

16. Построить равнобедренный треугольник  $\triangle ABC$  с основанием  $BC$  на горизонтали, если известна точка  $A$ ,  $BC = 1,5 AD$ , где  $AD$  – высота треугольника.

17. Построить сферу минимального радиуса с центром в точке  $O$ , внутри которой находится данный треугольник  $\triangle ABC$ .

18. Достроить проекции прямоугольника  $ABCD$ .  $A(85, 35, 40)$ ,  $B(45, 20, 10)$ ,  $C(10, 40, \dots)$ .

19. Построить проекции квадрата  $MNEF$  с вершиной  $M$  на прямой  $CD$  и диагональю на прямой  $AB$ . Точка пересечения диагоналей  $K$  принадлежит прямой  $AB$ .  $A(115, 30, 15)$ ,  $B(60, 30, 35)$ ,  $C(110, 45, 30)$ ,  $D(75, 50, 55)$ .

20. Построить пирамиду с основанием  $\triangle ABC$ , если центр окружности, описанной около треугольника, является основанием пирамиды. Высота пирамиды равна 30 мм.

21. Из середины отрезка  $AB$  провести прямую, пересекающую отрезок  $CD$  под прямым углом.

22. Построить прямую  $m$ , параллельную прямой  $AB$  и равноудаленную от точек  $E$ ,  $F$  и прямой  $AB$ .  $A(55, 30, 50)$ ,  $B(10, 15, 10)$ ,  $E(50, 20, 15)$ ,  $F(40, 10, 55)$ .

23. Определить расстояния между скрещивающимися прямыми  $a(MN)$  и  $b(EF)$ ,  $M(25, 50, 60)$ ,  $N(65, 35, 25)$ ,  $E(20, 40, 30)$ ,  $F(50, 15, 40)$ .

24. Определить углы наклона прямой  $AB$  к горизонтальной, фронтальной и профильной плоскостям проекций.  $A(130, 20, 10)$ ,  $B(85, 45, 30)$ .

### Библиографический список:

1. Гордон, В. О. Сборник задач по курсу начертательной геометрии: учебное пособие для ВТУЗов/ В. О. Гордон, Ю. В. Иванов, Т. Е. Солнцева. – М.: Высшая школа, 2002. – 420 с.
2. Кострик, В. К. Многоуровневый задачник по начертательной геометрии/ В. К. Кострик, Р. В. Косолапова. – Омск: ОмГТУ, 1992. – 48 с.
3. Тевлин А.М. Курс начертательной геометрии на базе ЭВМ. Учебное пособие / А.М.Тевлин, Г.С.Иванов, Л.Г. Нартова, В.С. Полозов, В.И.Якунин – М.:Высшая школа, 1983. – 175с.
4. Фролов С.А. Начертательная геометрия – М.: Машиностроение, 1983. 240 с.
5. Чекмарев А.А. Начертательная геометрия и черчение – М. 2003. – 471 с.